Force de Laplace

Définition

Force de Laplace

Un conducteur ***rectiligne*** de longueur ℓ, dirigé par $\overrightarrow{e_\ell}$, parcouru par un courant d'intensité i selon $\overrightarrow{e_\ell}$ et placé dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$ subit une force dite ***de Laplace***, notée $\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}$, ***orthogonale*** à la direction du courant et à celle de $\overrightarrow{B_0}$ donnée par :

$$\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}} = i\ell\overrightarrow{e_\ell} \wedge \overrightarrow{B_0}.$$

Cas général

Force de Laplace élémentaire

La force de Laplace subie par un conducteur élémentaire $\delta\ell$ parcouru par un courant d'intensité i selon $\delta\ell$ s'écrit :

$$\delta\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}} = i\overrightarrow{\delta\ell} \wedge \overrightarrow{B},$$

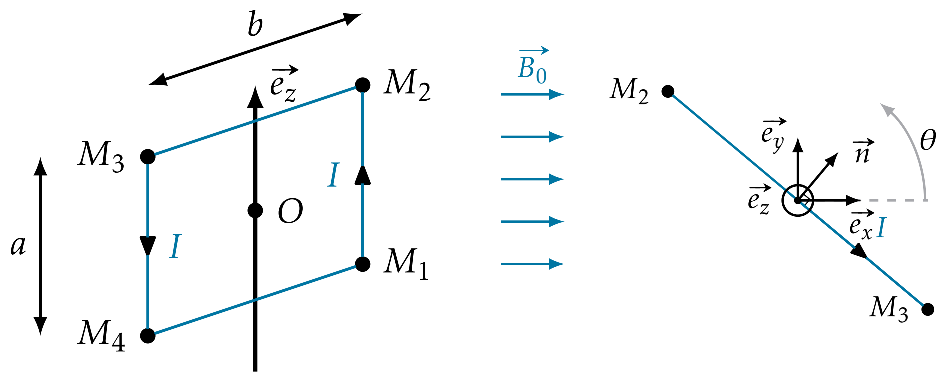
Expression

Puissance de la force de Laplace

dans l'expérience du rail de Laplace, avec v_ℓ la composante de la vitesse selon $\overrightarrow{e_\ell} \wedge \overrightarrow{B_0}$ et avec $\overrightarrow{B_0} \perp \overrightarrow{e_\ell}$:

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = iB_0\ell v_\ell$$

Dispositif



Actions exercées sur le cadre

Moment résultant d'une force linéique uniforme

Soit une force linéique $\overrightarrow{f}$ s'exerçant sur un contour $\mathscr{C}$; la force élémentaire $\delta\overrightarrow{F}$ sur un segment élémentaire $\delta\overrightarrow{\ell}$ au voisinage d'un point M est : $\delta\overrightarrow{F} = \overrightarrow{f}(M)\delta\ell$.

Si la force est ***uniforme***, *ie* $\overrightarrow{f}(M) = \overrightarrow{f_0} = \overrightarrow{\text{cste}}$ pour tout point M, le moment des forces élémentaires s'exerçant sur le contour est le même que celui de la ***résultante*** de ces forces élémentaires appliquée au ***barycentre*** de $\mathscr{C}$.

En particulier pour un segment $[M_1M_2]$ de milieu C, on a, pour tout point O

$$\overrightarrow{\mathscr{M}_{/O}}(\overrightarrow{F}) = M_1M_2\overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{f_0}$$

Expression en fonction du moment magnétique

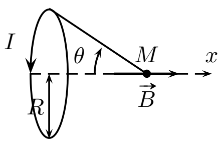
Moment par rapport à l'axe des forces de Laplace

Le couple des forces de Laplace exercé sur un dipôle magnétique $\overrightarrow{m}$ par un champ $\overrightarrow{B}$ est :

$$\overrightarrow{\mathscr{C}}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_0.$$

Exercice : boussole des tangentes

On place une boussole au centre d'une paire de bobines de Helmholtz de rayon $R = 15\,\text{cm}$. Les bobines sont chacune formée d'un enroulement de $N = 10$ tours de fils, parcourus par un courant d'intensité I. Le courant est initialement nul.



1. L'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut, dans le laboratoire, $B_{HT} = 2 \cdot 10^{-5}\,\text{T}$. On aligne l'axe de symétrie de révolution des bobines de Helmholtz orthogonalement à la direction initiale de la boussole.

   a. Le champ magnétique sur l'axe d'une spire est donné par la formule :

   $$B = \frac{\mu_0 I}{2R}(\sin(\theta))^3.$$

   Déterminer l'expression du champ magnétique au centre des bobines de Helmholtz

   b. En déduire la valeur du courant I_{45} pour laquelle la nouvelle position d'équilibre de la boussole est tournée de $45°$.

2. Le courant étant initialement nul, on le bascule à $t = 0$ à la valeur I_{45}. On observe des oscillations peu amorties de période $T = 0{,}8\,\text{s}$ autour de la nouvelle position d'équilibre, quand leur amplitude est faible.

   a. Établir l'équation différentielle d'évolution de l'angle α entre la boussole et sa position d'équilibre. On fera intervenir le moment d'inertie J de la boussole et son moment magnétique m.

   b. En déduire la valeur du rapport J/m.

Puissance des force de Laplace sur un moment magnétique

La puissance des forces de Laplace subies par un moment magnétique $\vec{m}$ plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ et en rotation autour d'un axe Δ est :

$$\mathscr{P}(\overrightarrow{F_{\mathscr{L}a}}) = -m_\perp B_\perp \sin(\theta)\dot{\theta},$$

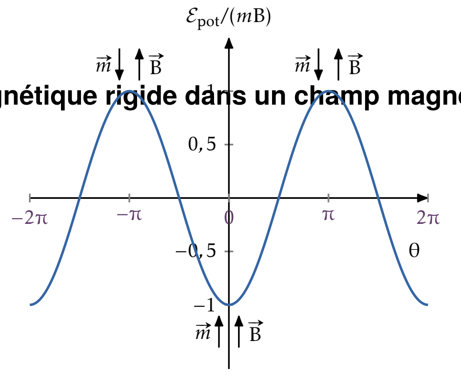
avec $B_\perp$ et $m_\perp$ les normes des composantes de $\vec{B}$ et $\vec{m}$ orthogonales à Δ et θ l'angle entre les projections de $\vec{B}$ et de $\vec{m}$ orthogonalement à Δ.

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Énergie potentielle d'un moment magnétique rigide dans un champ magnétique

Les actions de Laplace exercées sur un dipôle magnétique ***rigide*** sont ***conservatives***. On peut leur associer l'énergie potentielle :

$$\mathscr{E}_{\text{pot}_{\mathscr{L}}} = -\vec{m} \cdot \vec{B}.$$



Positions d'équilibre

Il existe donc deux positions d'équilibre :

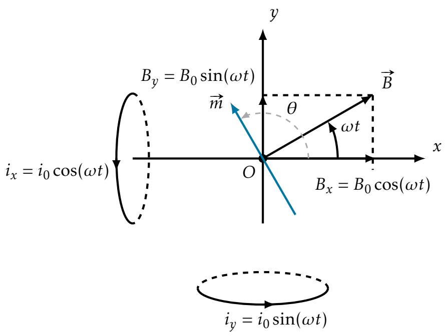
stable en $\theta = 0$, *ie* $\vec{m}$ et $\vec{B}$ colinéaires et de même sens

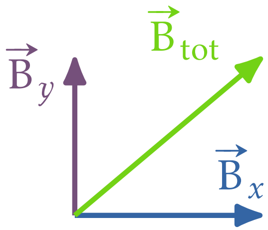
instable en $\theta = \pi$, *ie* $\vec{m}$ et $\vec{B}$ colinéaires et de sens opposés

Principe général

Champ tournant

Deux bobines ***identiques***, d'axes de symétrie de révolution ***orthogonaux***, placées à ***égale distance*** de l'intersection O de ces axes et parcourues par des courants sinusoïdaux de ***même fréquence*** f et ***en quadrature*** produisent, en O, un champ magnétique d'***intensité constante*** dont la direction ***tourne à la même fréquence*** f.





Indispensable

Indispensable

- expressions pour une barre et élémentaire de la force de Laplace, ***avec les schémas***
- savoir établir la force pour le rail de Laplace
- savoir refaire le calcul sur la spire rectangulaire, retenir le rôle de l'angle entre $\vec{B_0}$ et la normale à la spire, orientée par la convention pour le courant
- savoir calculer la puissance de Laplace dans les deux cas (spire et rail)
- connaître l'expression du couple et calculer la puissance pour un dipôle magnétique en rotation
- connaître le principe du champ tournant